

Relazioni fra tempo e denaro

Alcuni concetti, regole ed esempi per cominciare ad orientarsi nelle relazioni fra tempo e denaro, utilizzando anche le funzionalità del foglio di calcolo di microsoft excel

Di Angelo Fiori

Parte 1^

Premessa

Questo argomento viene trattato normalmente dalla **matematica finanziaria**. Tuttavia le esposizioni dell'argomento in circolazione sono normalmente piene di formule specialistiche, che ritengo facciamo fuggire chi vuole avvicinarsi alla materia in **modo funzionale e pragmatico**. Con questo articolo vorrei tentare una strada meno tecnico-matematica a vantaggio della funzionalità e comprensività. Sarò costretto ad effettuare semplificazioni, ma non a scapito del rigore di ragionamento, inserisco nel contempo molti esempi che aiutano nella comprensione. Qualche formula verrà introdotta, ma lo stretto necessario; inoltre verranno fatti riferimenti alle funzionalità previste dal foglio di calcolo **Microsoft excel** che ci viene in aiuto per i calcoli da effettuare nei casi pratici.

Il termine **Capitale** si riferisce al patrimonio, sia sotto forma di denaro che di beni. Il Capitale viene spesso impiegato, nelle forme più disparate, per generare ulteriore capitale o ricchezza. L'impiego avviene normalmente per **periodi di tempo**, di lunghezza variabile, da pochi giorni a molti anni. Pertanto bisogna prendere in considerazione **l'effetto del tempo sul capitale** e capire **le regole** che governano il fenomeno.

E' intuitivo capire che 1 Euro oggi ha un valore superiore ad 1 Euro fra qualche anno, a causa dell'interesse o del profitto che questo può produrre nel tempo. Definire delle regole che permettano di gestire i valori del denaro (ma anche beni) nel tempo è compito della matematica finanziaria.

In realtà esiste un altro fattore che influenza il rapporto fra tempo e denaro: si tratta del rischio. La trattazione del rischio richiederebbe una esposizione separata e specialistica, qui mi limito ad indicare un indice di rischio comunemente usato per i titoli oggetto di investimento: **il rating**. Il rating, in italiano classificazione, è un metodo utilizzato per valutare sia i titoli obbligazionari, sia le imprese in base al loro rischio finanziario. Le valutazioni del rating sono emesse ad opera delle cosiddette agenzie di rating.

Le due maggiori agenzie di rating a livello mondiale sono **Standard & Poor's** e **Moody's**, le quali hanno una **griglia di valutazione** un po' diversa fra di loro, ma che comunque inizia con un AAA per i soggetti a rischio più basso e finisce con C (o D) per debiti al alto rischio di insolvenza, in mezzo c'è una serie di gradazioni e sfumature dei diversi gradi di rischio intermedi. Negli ultimi anni l'utilizzo del **rating è stato esteso** anche agli Enti pubblici di qualunque genere, Stati nazionali inclusi

La gestione del capitale nel tempo occupa una **casistica** estremamente **varia** nella vita economica di individui e aziende. Citiamo alcune applicazioni, al solo titolo di **esempio**.

- Definire convenienze e rendimenti di un prestito obbligazionario

- Determinare un piano di ammortamento per il rimborso di un mutuo
- Valutare la convenienza fra investimenti alternativi
- Esplicitare un piano di costruzione di immobili o impianti, che si sviluppa in un lungo arco temporale, con flussi di entrate (ricavi) e costi (uscite)

D'altra parte la remunerazione del capitale nel tempo, normalmente sotto forma di interesse, ha origini molto lontane del tempo. Ci sono scritti dell'epoca babilonese, circa 4.000 anni fa che prevedono l'utilizzo di interessi, sotto forma di beni (grano). Quando gli interessi raggiungevano cifre esorbitanti, essi furono bollati come peccato dalla Bibbia e definiti come **usura**.

Nel medio evo il **tasso di interesse** ebbe vita difficile e spesso veniva assimilato all'usura, qualunque fosse il suo ammontare, fino a che nell'età moderna, a partire da Calvino, quando venne riconosciuto come elemento presente negli scambi di denaro, ove interveniva il fattore tempo. Oggi le legislazioni dei paesi occidentali ne riconoscono la validità e la funzionalità; viene identificato come usura solamente quando l'interesse **eccede certi limiti quantitativi**.

In Italia la legge sull'usura (**legge 108/1996**), ha introdotto un limite ai tassi di interesse sulle operazioni di finanziamento oltre il quale gli stessi sono considerati usurari. Ai fini della valutazione della usurarietà dei tassi, si deve fare riferimento al momento in cui gli interessi sono promessi o convenuti, indipendentemente dal momento del pagamento (**legge 24/2001**).

La Banca d'Italia rileva trimestralmente i tassi effettivi globali medi applicati dalle banche e dagli intermediari finanziari

Interesse semplice

Iniziamo il nostro percorso dalla configurazione più elementare, quella dell'interesse semplice. L'interesse semplice è un importo che si aggiunge al capitale, definito da **una % chiamata tasso di interesse**, il tasso di interesse è normalmente **definito su base annua**. Teoricamente potrebbe essere calcolato anche su base diversa dall'anno, ad esempio su base semestrale, ma la sua applicazione non è frequente e la possiamo trascurare ai nostri fini

Esempio. Concedo in prestito 1.000 Euro al tasso di interesse dell'8% annuo. Dopo un anno matura un interesse di 8% di 1.000, cioè 80 Euro, dopo 2 anni 160 e così via. Normalmente alla scadenza del prestito mi viene restituito il capitale originale di 1000. Quindi se il prestito dura 2 anni alla fine del 2° anno ricevo interessi per 160 oltre la restituzione del capitale di 1.000, quindi 1.160. In gergo 1.000 viene chiamato **Capitale = C**; 1.160 viene chiamato **Montante = M** e 160 viene chiamato **Interesse = I**; la % dell'8% viene chiamata **tasso di interesse = i**; il **tempo in anni** se l'interesse è su **base annua = t**. L'asterisco * sta ad indicare il segno di moltiplicazione. Utilizzo qui la notazione utilizzata nei fogli di calcolo di Microsoft excel, oggi di uso molto diffuso fra i professionisti, che facilita l'utilizzo delle formule

In generale per quanto concerne le formule cercherò di evidenziarne qui il per lo stretto indispensabile; non sono infatti una lettura interessante e in genere fanno fuggire i lettori

La formule sono:

$I = C * i * t$	$M = C * (1 + i * t)$	$C = M / (1 + i * t)$
-----------------	-----------------------	-----------------------

Nella vita delle transazioni economiche l'interesse semplice viene **applicato raramente**, ma è utile come scopo didattico per iniziare a entrare nell'argomento.

Sintassi per l'utilizzo delle formule in excel

Apriamo qui una parentesi sulla **sintassi da utilizzare** per le **formule in excel**. Conoscere excel e l'utilizzo delle relative formule risulta sicuramente utile per questi calcoli finanziari. Qui si riportano solamente gli **aspetti principali**, per una esposizione più completa si rinvia alla guida in linea di excel

Le formule eseguono i calcoli contenuti, per fare ciò è necessario che il primo carattere della formula sia **preceduto dal segno di eguale, cioè =**. Nella formula si possono inserire **costanti**, cioè **numeri assoluti**, ad esempio =3+5 ovvero **riferimenti a celle** ed ai valori in essa contenuti, ad esempio A1 + B1. Nel primo caso bisogna modificare manualmente la formula se si cambiano i valori, nel secondo caso si aggiornano automaticamente inserendo nuovi importi nelle celle di riferimento. Gli operatori aritmetici utilizzabili nelle formule sono i seguenti:

OPERATORE ARITMETICO	SIGNIFICATO	ESEMPIO
+ (segno più)	Addizione	3+3
- (segno meno)	Sottrazione Negazione	3-1 -1
* (asterisco)	Moltiplicazione	3*3
/ (segno di divisione)	Divisione	3/3
% (segno di percentuale)	Percentuale	20%
^ (accento circonflesso)	Elevamento a potenza	3^2

Gli operatori aritmetici hanno una **precedenza nella esecuzione**, più precisamente in questo ordine: ^ (elevazione a potenza), ha precedenza rispetto a * (moltiplicazione) e / (divisione) hanno la precedenza, che hanno precedenza rispetto a + (addizione) e - (sottrazione). Per fare degli esempi:

- = 5+2*3 = 30, perché excel esegue prima la moltiplicazione della somma
- = 3*2^3 = 24, perché excel esegue prima l'elevazione a potenza della moltiplicazione

Se vogliamo che l'ordine sia diverso, dobbiamo introdurre delle parentesi. Così facendo gli esempi sopraindicati diventano

= (5+2)*3 = 21, excel esegue prima l'operazione fra parentesi

=(3*2)^3 = 216, excel esegue prima l'operazione fra parentesi

Interesse composto

Con il metodo dell'interesse composto gli **interessi maturati** alla **fine del periodo**, vanno ad **aggiungersi al capitale per generare nuovi interessi**. Questo è il metodo largamente usato nella pratica degli affari e della

gestione degli investimenti. **Una semplice tabella** chiarisce i differenti effetti del metodo dell'interesse semplice e di quello dell'interesse composto.

Prestito di 1.000 Euro (Capitale C)

Tasso $i = 8\%$

Periodi in anni = Tempo t

Periodi (anni)	Interesse semplice			Interesse composto		
	Valore all'inizio del periodo	Interessi maturati nel periodo	Valore alla fine del periodo	Valore all'inizio del periodo	Interessi maturati nel periodo	Valore alla fine del periodo
1	1.000,00	80,00	1.080,00	1.000,00	80,00	1.080,00
2	1.080,00	80,00	1.160,00	1.080,00	86,40	1.166,40
3	1.160,00	80,00	1.240,00	1.166,40	92,80	1.259,20

Come si può vedere, alla fine del 1^o anno i due metodi danno uguali risultati (80 di interesse e 1.080 il Montante), ma alla fine del 2^o e del 3^o anno sia l'**interesse maturato I**, che il **Montante M** (Valore alla fine del periodo) sono **maggiori nell'ipotesi dell'interesse composto**. Ciò perché con il metodo dell'interesse composto l'interesse maturato alla fine del periodo precedente viene considerato reinvestito e genera nuovo interesse

Le formule per l'interesse composto sono:

$M = C * (1 + i)^{At}$	$C = M / (1 + i)^{At}$	$I = M - C$
------------------------	------------------------	-------------

La sintassi e la simbologia, che è quella delle formule di excel, è la stessa di quella usata per l'interesse semplice (spiegata sopra), abbiamo aggiunto il simbolo ^, che sta per **elevazione a potenza**. Ricordiamo il significato dell'elevazione a potenza: $5^2 = 5 * 5 = 25$, ovvero $5^3 = 5 * 5 * 5 = 125$

La formula dell'interesse composto è sufficiente in tutti i casi di calcolo di rendimenti dei titoli a reddito fisso, ove il tasso di interesse sia su base annua, che è il caso di gran lunga più frequente. Attenzione a non confondere la base per il calcolo degli interessi dal fatto che gli interessi siano corrisposti su base diversa da quella annua, ad esempio semestrale. Esempio: se il titolo ha tasso di interesse annuo del 4% e matura interessi su base semestrale al 2%

Si precisa infine che tutti i ragionamenti fatti **non considerano** la **componente fiscale** che grava su beneficiario degli interessi, componente fiscale che naturalmente diminuisce il rendimento netto ottenuto

Parte 2^

L'inflazione

Vorrei qui introdurre una parentesi introducendo la **variabile inflazione**. Credo sia noto cos'è l'inflazione: essa è un processo di costante e generalizzato rialzo dei prezzi, che **determina una diminuzione del potere d'acquisto della moneta**. E' evidente che tutti i calcoli fatti finora presuppongono un livello costante dei prezzi. Se percepisco un interesse dell'8%, ma l'inflazione viaggia al 5%, il mio vantaggio reale, in prima approssimazione, è di $(8 - 5) = 3\%$

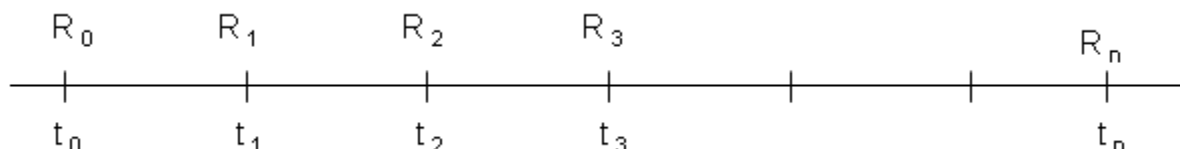
Sul piano tecnico, per effettuare calcoli di questo genere, bisogna tuttavia tenere conto di alcuni fattori:

- se esamino archi temporali di diversi anni, bisogna ragionare su un'inflazione media del periodo
- l'inflazione viene calcolata in Italia attraverso panieri di beni; non è detto che questi valori vadano bene per tutti i calcoli; ad esempio, se devo fare calcoli su mutui immobiliari forse è meglio tenere conto di indici specifici di inflazione relativi al settore immobiliare

Le rendite

La rendita è una **successione di importi**, chiamata **rate**, da riscuotere (o da pagare) in epoche differenti, denominate **scadenze**, ad **intervalli regolari nel tempo**. La rendita si riscontra in molti aspetti della vita economica, quali ad esempio: (a) le rate di mutuo da pagare, (b) le rate di un leasing, (c) flussi di cassa, in entrata e in uscita, legati ad un progetto di investimento.

La rendita si può indicare graficamente così:



Ove la serie di **R** indica le **rate**, legate alla **serie temporale t** (normalmente **anni**)

Le rate possono essere su un **orizzonte temporale finito** (2, 3, 5, 20 anni ad esempio) ovvero **infinito**. Nei calcoli dei mutui sono ovviamente sempre serie finite, in alcuni calcoli legati alle valutazioni d'azienda si possono usare anche serie di rate infinite. Qui si prendono in considerazione **orizzonti temporali finiti**, di gran lunga più utilizzati nei calcoli relativi agli investimenti nel tempo

Le rate hanno normalmente **scadenza annuale** (in qualche caso semestrale o trimestrale). In prima approssimazione è possibile dire che se le rate sono semestrali e il tasso di interesse è semestrale, il funzionamento matematico delle formule non cambia; lo stesso dicasi se è trimestrale.

Il discorso si complica un po' se **rate e tasso di interesse** sono su **due orizzonti temporali differenti**, ad esempio le rate sono semestrali e il tasso è annuale. Qui basti sapere che in questi casi bisogna conoscere il **tasso equivalente**. Per tasso equivalente si intende quel tasso che matura la **stessa quantità di interessi** sullo **stesso arco di tempo** e che quindi avrà sia Montante che Valore attuale uguali. Il tasso equivalente

semestrale rispetto ad un tasso annuo del 6% non sarà 3%, ma 2,956301, cioè leggermente inferiore, in quanto gioca a favore il meccanismo dell'interesse composto calcolato su un lasso temporale inferiore. Per conoscere i tassi equivalenti esistono apposite tavole di conversione disponibili su internet

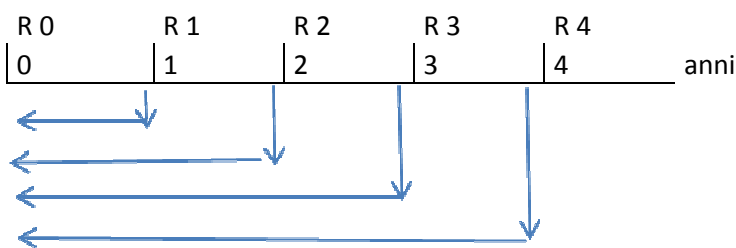
Le rate possono essere anticipate, pagate o riscosse al 1 gennaio di ciascun anno, ovvero posticipate, cioè pagate o riscosse al 31 dicembre di ciascun anno. Le rate possono essere tutte uguali, ovvero differenti l'una dall'altra. Per semplicità gli esempi seguenti sono tutti per rate posticipate annuali

Molte sono le applicazioni matematiche sulle rendite, ma quelle più usate sono in **Valore attuale** e il **Montante di una rendita**.

Valore attuale di una rendita

Il valore attuale di una rendita è il valore $V(t_0)$ calcolato al tempo $t = t_0$ ed equivale alla somma dei valori attuali delle singole rate della rendita nel regime di capitalizzazione prescelto. Se le rate hanno cadenza annuale, il regime di capitalizzazione è annuale, si utilizzano tassi annuali.

Logica dell'attualizzazione, esposta graficamente:



Definiamo

- R1, R2, R3, Rn le varie rate a cadenza annuale posticipate, le varie rate sono diverse fra di loro
- i = il tasso di attualizzazione annuale

La formula del valore attuale è

$$\text{Valore attuale} = R_1 * 1/(1+i)^1 + R_2 * 1/(1+i)^2 + \dots + R_n * 1/(1+i)^n$$

Per la formula Valore Attuale, ci viene in aiuto Microsoft excel che ci fornisce i valori, inserendo i relativi parametri. **La formula di excel, per rate diseguali e posticipate** la formula si chiama **VAN**.

Facciamo un esempio

Tasso i	6%
Tempo t/ anni	Rate R posticipate
1	1.000
2	1.500

3	1.300
4	1.250
Valore attuale	4.360,01

Se le rate sono tutte uguali la formula sopra cambia di conseguenza e diventa

Valore attuale = $R * ((1 - 1/(1+i)^t) / i)$. Anche qui uso per le parentesi le notazioni di Microsoft excel

Facciamo un esempio

Tasso i	6%
Tempo t / anni	Rate R posticipate
1	1.300
2	1.300
3	1.300
4	1.300
	4.504,64

Per la formula Valore Attuale, ci viene in aiuto Microsoft excel che ci fornisce i valori, inserendo i relativi parametri. La formula di excel, **per rate uguali e posticipate** la **formula** si chiama **VA**: si precisa peraltro che VA può essere utilizzata anche per rate anticipate (modificando un apposito parametro nella formula)

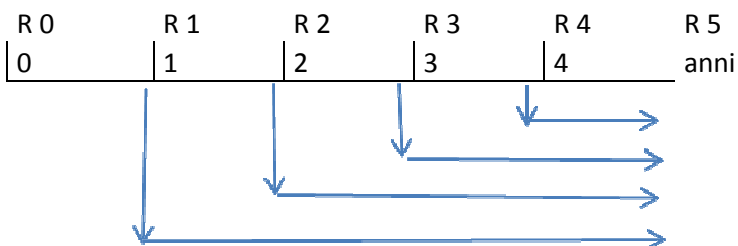
Montante di una rendita

Il montante di una rendita è il valore $V(t_n)$ calcolato al tempo $t = t_n$ ed equivale alla somma dei montanti delle singole rate calcolati al termine della rendita nel regime di capitalizzazione prescelto.

Definiamo

- R_1, R_2, R_3, R_n la varie rate a cadenza annuale posticipate, le varie rate sono diverse fra di loro
- i = il tasso di attualizzazione annuale

Logica della capitalizzazione (montante), esposta graficamente:



Per la formula del Montante, ci viene in aiuto Microsoft excel che ci fornisce i valori, inserendo i relativi parametri. La formula di excel, per rate uguali e posticipate si chiama **VAL.FUT**

Facciamo due esempi di rendite posticipate, la 1^a con rate diseguali, la 2^a con rate costanti:

Tasso i	6%
Tempo t / anni	Rate R posticipate
1	1.350
2	1.250
3	1.400
4	1.450
	5.946,37

Tasso i	6%
Tempo t / anni	Rate R posticipate
1	1.300
2	1.300
3	1.300
4	1.300
	5.687,00

Le applicazioni pratiche sia del montante che del valore attuale sono molteplici, ne citiamo alcune.

- Calcolare il valore attuale di una rendita assicurativa di n anni
- Calcolare il valore attuale di flussi di cassa derivati da un progetto
- Calcolare il montante dopo n anni di un programma di investimento ad accumulo, tipo PAC

17 Settembre 2014

Angelo Fiori