

# Valutazione di investimenti e finanziamenti: Strumenti matematici

di Angelo Fiori



## Prima parte

### **Premessa**

Di seguito si indicano gli **strumenti matematici** che ci vengono in aiuto per valutare sia progetti di **investimento** sia ipotesi di **finanziamento**. I progetti di investimento e le relative ipotesi di finanziamento possono essere nella pratica attuazione collegati far di loro, ma possono anche essere slegati e valutati separatamente.

In ogni caso sia i progetti di investimento che le ipotesi di finanziamento danno luogo ad una **successione di movimenti finanziari**, sia in **entrata** che in **uscita**, distribuiti lungo un asse temporale, le entrate e le uscite sono definibili normalmente su **base annua**. Per gli investimenti di solito ci sono uno o più esborsi iniziali, seguiti successivamente nel tempo da uno o più incassi. Per i finanziamenti la scaletta temporale è invertita: esistono uno o più incassi, seguiti successivamente nel tempo da uno o più esborsi. Per il momento non

introduciamola variabile rischio e supponiamo sia gli incassi che gli esborsi **certi**; la **variabile rischio** verrà introdotta in un apposito paragrafo in fondo all'articolo  
Sia nel caso di finanziamenti che di investimenti, il problema che si presenta all'azienda è prevalentemente un problema di **scelta** fra **diverse alternative**.  
Come stabilire quale è l'alternativa più conveniente?

Facciamo qualche **esempio numerico** per meglio chiarire l'argomento.

Dobbiamo valutare come orientarci fra **due progetti di investimento** che hanno l'andamento sotto indicato.

Precisiamo che i progetti di investimento potrebbero essere **i più diversi**: dall'acquisto di un automezzo o di un macchinario, all'acquisto di titoli o strumenti finanziari, dalla costruzione di un immobile ad una operazione di acquisto di quote di capitale in un'azienda.

Periodo	Investimento A		Investimento B	
	Esborsi	Incassi	Esborsi	Incassi
Anno 0	10.000	0	10.000	
Anno 1		2.500		1.000
Anno 2		2.500		2.000
Anno 3		2.500		2.500
Anno 4		2.500		3.500
Anno 5		2.500		3.500
<b>Totali</b>		<b>12.500</b>		<b>12.500</b>

Ugualmente facciamo l'esempio di **due ipotesi di finanziamento**, che hanno il seguente andamento.

I finanziamenti possono essere con una banca, un'azienda o un privato non importa; ignoriamo in questa sede il fatto che il finanziamento abbia o meno garanzie.

Periodo	Finanziamento A		Finanziamento B	
	Incassi	Esborsi	Incassi	Esborsi
Anno 0	10.000	0	10.000	
Anno 1		2.500		1.000
Anno 2		2.500		2.000
Anno 3		2.500		2.500
Anno 4		2.500		3.500
Anno 5		2.500		3.500
<b>Totali</b>		<b>12.500</b>		<b>12.500</b>

Gli **esempi** sono stati volutamente mantenuti **uguali**, ma **speculari**, al fine di sottolineare che **la logica matematica** che sottende ad entrambe è la **medesima**. In entrambe i casi abbiamo a che fare con flussi di cassa: incassi o esborsi.

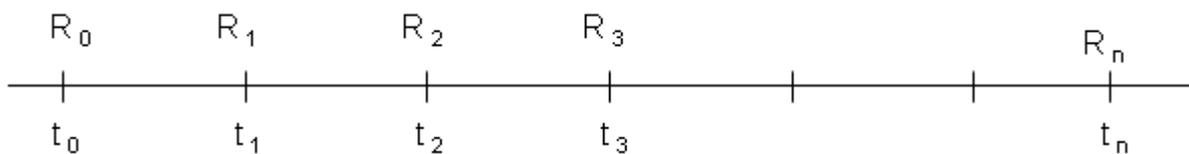
### Valore attuale di una rendita

Uno dei metodi più utilizzati per valutare la convenienza di un progetto di investimento o di una ipotesi di finanziamento è calcolare il **valore attuale** delle relative **rate (incassi o esborsi)**, chiamate nella matematica finanziaria rendite. Il valore attuale è quindi il **parametro** che mi **permette il confronto** fra finanziamenti o investimenti che si sviluppano in modo differente lungo il loro arco temporale

Negli esempi precedentemente riportati, la successione degli importi annuali costituisce da un punto di vista matematico una rendita, cioè una successione di importi, chiamati rate, da riscuotere (o da pagare) in epoche differenti, denominate **scadenze**, ad **intervalli regolari nel tempo**.

Per calcolare il **valore attuale di una rendita** bisogna anche definire il tasso di attualizzazione da utilizzare

La rendita si può indicare graficamente così:



Ove la serie di R indica le rate, legate alla serie temporale t (normalmente anni).

Il **valore attuale di una rendita** è il valore  $V(t_0)$  calcolato al tempo  $t = t_0$  ed equivale alla somma dei valori attuali delle singole rate della rendita nel regime di capitalizzazione prescelto. Se le rate hanno cadenza annuale, il regime di capitalizzazione è annuale, si utilizzano tassi annuali.

Logica dell'attualizzazione, esposta graficamente:

R 0	R 1	R 2	R 3	R 4	
0	1	2	3	4	anni

Definiamo

- R1, R2, R3, Rn la varie rate a cadenza annuale posticipate, le varie rate sono diverse fra di loro
- i = il tasso di attualizzazione annuale

**Tasso di attualizzazione e cadenza delle rate** devono ovviamente **coincidere**, pertanto se ho rate con cadenza annuale, il tasso di attualizzazione deve essere annuale. Se ho cadenza semestrale, il tasso deve essere semestrale, se trimestrale, il tasso deve essere trimestrale, etc. Si ricorda che ad un tasso annuale del 6%, in regime di capitalizzazione composta, non corrisponde un tasso semestrale del 3%, ma del 2,956%, che viene definito come **tasso equivalente**. Per avere tassi equivalenti esistono apposite tavole di conversione. In questa tabella si indicano i principali tassi equivalenti semestrali, con l'approssimazione di 3 decimali.

Tasso annuo	Tasso equivalente semestrale
2,00%	0,995%
3,00%	1,612%
4,00%	1,980%
5,00%	2,591
6,00%	2,956%
7,00%	3,441%
8,00%	3,923%

La formula del valore attuale (usando la sintassi delle formule di excel):

$$\text{Valore attuale} = R_1 * 1/(1+i)^1 + R_2 * 1/(1+i)^2 + \dots + R_n * 1/(1+i)^n.$$

## TIR (Tasso interno di rendimento) e relativa formula excel

Il **Tasso Interno di Rendimento** (o **TIR**) o IRR, acronimo dall'inglese *Internal Rate of Return*) è un indice di redditività finanziaria di un flusso monetario. Nel caso più comune di un investimento, rappresenta il tasso composto annuale di ritorno effettivo che questo genera; in termini tecnici rappresenta il rendimento di un investimento. Il TIR si utilizza più spesso per la valutazione degli investimenti, ma resta concettualmente valido anche per la valutazione dei finanziamenti.

**Matematicamente** il TIR è definito come il tasso di attualizzazione “*i*” che rende il valore attuale netto di una serie di flussi di cassa (in entrata e in uscita) pari a zero.

Il **TIR** pone la **domanda in termini diversi** del **VAN (o VA)**. Con il VAN attualizzo, ad un tasso che individuo, le entrate nel caso di investimenti e poi decido su quale orientarmi sulla base dei VAN (o VA) ottenuti; quello più alto, come visto al paragrafo precedente, è da preferire. Con il TIR effettuo la valutazione ma in modo diverso, cioè metto a confronto 2 investimenti, scegliendo quello, a parità di VAN (o VA), con TIR più alto nel caso di investimenti (o con TIR più basso nel caso di finanziamenti)

Microsoft excel mette a disposizione per il calcolo del TIR la formula TIR.COST, essa funziona con una procedura di calcolo interattiva, che inizia con una stima per TIR.COST (tasso *i* di attualizzazione), specificata come ipotesi, per poi modificare ripetutamente tale valore fino ad ottenere un TIR.COST corretto. L'argomento ipotesi (tasso *i* di attualizzazione) è facoltativo; se non inserito excel utilizza 10% come valore predefinito. Ovviamente sia che si inserisca l'argomento ipotesi, sia che non lo si inserisca e si lascia ad excel inserire il valore del 10% il risultato non cambia, in quanto come precisato excel effettua un calcolo interattivo

Applicando la formula TIR.COST sempre agli esempi indicati in premessa, ho i seguenti risultati

- **Ipotesi A – TIR.COST = 5,82%**
- **Ipotesi B - TIR.COST = 5,11%**

Le **conclusioni** sono le medesime di quelle ottenute calcolando VAN e VA.

- L'ipotesi A è preferibile all'ipotesi B nel caso di investimenti: essi danno infatti un tasso di rendimento maggiore.
- L'ipotesi B è preferibile all'ipotesi A nel caso dei finanziamenti, potendo avere un tasso di interesse da pagare più basso

## TAN e TAEG

Nella valutazione delle **offerte di vendita** con pagamenti rateizzati, o anche nelle **proposte di leasing** si usano gli acronimi TAN e TAG.

Il **TAN** è il **TIR dell'operazione**, cioè il tasso praticato, senza considerare spese aggiuntive previste dal contratto. Il **TAEG** è il TIR dell'operazione, **tenendo conto** anche delle **spese aggiuntive** previste dal contratto, ad esempio le spese di istruttoria. Tali spese, su importi di finanziamento non elevati, essendo fisse o semifisse, pesano maggiormente e possono aumentare in modo significativo il TAEG rispetto al TAN.

Ovviamente non esistono formule apposite in excel per TAN e TAEG, è sufficiente utilizzare TIR.COST in modo opportuno.

## Seconda parte



## Il fattore inflazione e il fattore cambio

In questi ultimi anni di **economia con scarsa crescita** e la presenza di fenomeni deflattivi in Italia ci siamo abituati a tassi di inflazione molto bassi e di fatto questo fattore viene spesso ignorato nei calcoli di valutazione di investimenti e finanziamenti. Se tuttavia abbiamo investimenti in paesi esteri con economie soggette a tassi di inflazione significativi (diciamo superiori al 4-5%), soprattutto su **progetti di lunga durata** la variabile deve essere considerata.

**L'inflazione** è un processo di **costante e generalizzato rialzo dei prezzi**, che determina una diminuzione del potere d'acquisto della moneta. E' evidente che tutti i calcoli fatti finora che utilizzano formule con tassi di attualizzazione (VAN, VA, TIR) presuppongono un livello costante dei prezzi. Se percepisco o pago un

interesse dell'8%, ma l'inflazione viaggia al 5%, il mio **vantaggio** o **svantaggio reale**, in prima approssimazione, è di  $(8 - 5) = 3\%$

Sul piano tecnico, per effettuare calcoli di questo genere, bisogna tuttavia **tenere conto** di alcuni fattori:

- se esamino **archi temporali di diversi anni**, sarebbe opportuno ragionare su un'inflazione differenziata per i vari anni, eventualmente utilizzando una media del periodo
- l'inflazione viene calcolata normalmente attraverso **panieri di beni**; non è detto che questi valori vadano bene per tutti i calcoli; ad esempio, se devo fare calcoli su mutui immobiliari forse è meglio tenere conto di indici specifici di inflazione relativi al settore immobiliare

Per quanto concerne il **rischio cambio**, il discorso è più complesso. Il caso più semplice è quando abbiamo investimenti effettuati in Italia, ma su beni o strumenti finanziari denominati in moneta estera, soggetta a rischio cambio: è il caso ad esempio di acquisto di obbligazioni in valuta estera. Il rischio cambio va pertanto introdotto nel calcolo di convenienza.

Esiste poi un'intera gamma di casi più complessi, quando realizziamo invece investimenti in paesi esteri con finanziamenti: sia investimenti che finanziamenti possono essere in EURO, ovvero in altre valute. Non è qui la sede di affrontare la complessa problematica coinvolta, basti accennare al problema.

### **Finanziamenti: i piani di ammortamento**

Per quanto concerne i **finanziamenti** si osserva che normalmente questi sono erogati da banche o istituti finanziari che hanno regole di erogazione che propongono alla clientela. Tali regole prevedono diversi aspetti, oltre alla determinazione delle rate di rimborso, quali, garanzie richieste, tempi di svolgimento della pratica di finanziamento, spese accessorie sostenibili

Qui ci limitiamo al solo aspetto riguardante le **rate di rimborso** del finanziamento, che vengono normalmente definite in un piano di ammortamento.

Nelle attività di mutuo e finanziamento in genere, il **piano di ammortamento** è un documento contenente dati che indicano in dettaglio i futuri pagamenti che il debitore effettuerà al creditore per onorare il debito corrente. Il piano di ammortamento contiene per ciascun pagamento la corretta imputazione di ciascuna rata a quota capitale e quota interessi, il capitale residuo dopo ciascun pagamento, e le eventuali variazioni nel tempo (se previste) dei saggi e delle modalità di capitalizzazione.

I piani di ammortamento normalmente proposti sono principalmente due

- **Ammortamento a rate costanti (francese)**
- **Ammortamento con quote capitali costanti (italiano)**

Il piano di ammortamento utilizzato nel sistema bancario italiano è quello alla francese, cioè a rate costanti.

PIANO DI AMMORTAMENTO MUTUO						
N° rata	Capitale residuo	Tasso %	Quota interessi	Quota capitale	Importo rata	
0	€ 60.000,00	5,5				
1	€ 59.623,84	5,5	€ 275,00	€ 376,16	€ 651,16	
2	€ 59.245,96	5,5	€ 273,28	€ 377,88	€ 651,16	
3	€ 58.866,35	5,5	€ 271,54	€ 379,61	€ 651,16	
4	€ 58.484,99	5,5	€ 269,80	€ 381,35	€ 651,16	
5	€ 58.101,89	5,5	€ 268,06	€ 383,10	€ 651,16	
118	€ 1.293,42	5,5	€ 8,87	€ 642,29	€ 651,16	
119	€ 648,19	5,5	€ 5,93	€ 645,23	€ 651,16	
120	€ 0,00	5,5	€ 2,97	€ 648,19	€ 651,16	

Esaminando il piano di ammortamento, che viene elaborato dalla banca, ci si accorge che:

- **la rata** è sempre la stessa (posto che il tasso non cambi);
- **la quota interessi** è pari al tasso di interesse del periodo per il debito residuo alla fine del periodo precedente;
- **la quota capitale** è la differenza tra rata e quota interessi.

Quindi il debito residuo diminuisce della quota capitale rimborsata. Così facendo al termine del piano il debito residuo arriva a zero. Successivamente, se il tasso varia, la rata cambierà in maniera proporzionale alla variazione del tasso per il debito residuo.

### Valutazione investimenti, altri metodi

Oltre al VAN (o VA) e al TIR esistono **altri metodi** usati per valutare gli investimenti e per decidere quale sia preferibile fra progetti alternativi. La scelta del metodo da utilizzare dipende da molti fattori, quali: la disponibilità di dati per il calcolo, il grado di rischio, la lunghezza del periodo di ritorno dell'investimento, il fatto che l'investimento sia di natura finanziaria o meno. In alcuni casi più complessi, può essere utile utilizzare più di un metodo di valutazione.

Questi metodi **alternativi** sono:

- Il metodo della **redditività dell'investimento**. Come noto redditi e flussi di cassa possono divergere, anche in modo significativo, sia nell'importo che nella tempistica. Questo metodo sostituisce i flussi di cassa in entrata con i redditi ottenuti dall'investimento. Esso può utilizzare o meno le formule del VAN (o VA) per l'attualizzazione dei redditi
- Il metodo **del periodo di recupero (payback period)**. Questo metodo introduce in una certa misura il fattore rischio, infatti più il recupero del progetto di investimento si protrae nel tempo, più può ritenersi rischioso, a parità di altre condizioni. Il periodo di recupero viene normalmente calcolato su flussi di cassa in entrata. In questo caso non si attualizzano i flussi di cassa.

Ecco un esempio, nel quale è chiaramente preferibile l'investimento B, in quanto ha un periodo di recupero più breve (3 anni) dell'investimento A (5 anni).

Periodo	Investimento A		Investimento B	
	Esborsi	Incassi	Esborsi	Incassi
Anno 0	15.000	0	10.000	
Anno 1		3.000		5.000
Anno 2		3.000		5.000
Anno 3		3.000		5.000
Anno 4		3.000		0
Anno 5		3.000		0
Totale		15.000		15.000

### Il fattore rischio nella valutazione degli investimenti

Le formule del VAN, VA e TIR, illustrate nei paragrafi precedenti, considerano il **tasso di attualizzazione** come un dato definito e certo. Di fatto in molte situazioni di investimento esso non può essere considerato definito, esiste infatti quasi sempre un qualche **grado di rischio** nello sviluppo temporale degli investimenti o dei finanziamenti

Esistono diverse **soluzioni**, più o meno teoriche o pragmatiche, per affrontare il grado di rischio nei conteggi da effettuare. Questo è un elenco

- **Strumenti statistici** (media, varianza e scarto quadratico medio)
- **Analisi di sensitività**
- Analisi di scenario con **simulazione di Montecarlo**
- **Le opzioni reali** (differimento investimento, crescita, flessibilità o trasferimento, uscita, apprendimento in fasi successive)
- **Modello CAPM** (Capital asset pricing model)

Di seguito vengono presi in considerazione due dei sopracitati metodi: **l'analisi di sensitività** e il **CAPM**

### ***Analisi di sensitività e costruzione di scenari alternativi***

Si può affermare, con una prima soluzione, che un investimento è tanto più rischioso quanto più i possibili risultati sono **dispersi** attorno ad una **media**. La valutazione degli investimenti potrebbe pertanto essere effettuata utilizzando le formule del VAN o VA, ma sviluppando più di una ipotesi

A questo fine ci vengono in aiuto gli strumenti dell'analisi di sensitività, **“Tabella dati”** e **“Gestione scenari”**, previsti nelle funzioni di Microsoft excel. Essi che ci forniscono una gamma di valori invece di un valore puntuale, al cambiare di determinate variabili nel conteggio delle formule utilizzate, in questo caso del VAN o VA

L'analisi di sensitività quantifica infatti l'influenza che la variazione di determinate variabili contenute nel piano dell'investimento, ad esempio l'importo dei flussi di cassa attesi, ovvero la loro distribuzione nel tempo. ovvero il tasso di attualizzazione utilizzato. Ciò è teso a capire l'importanza sui risultati che possono avere il **mutamento di determinate variabili**. Dall'analisi di sensitività possono infatti essere evidenziate **zone di vulnerabilità**

La gestione dell'analisi di sensitività può essere sviluppata, come sopra indicato, con excel, in particolare:

- Tramite lo strumento della **Tabella dati**, è possibile esaminare i risultati alternativi, cambiando sia una variabile per volta, ad esempio cosa succede al variare dei volumi di vendita, sia prendendo in considerazione due variabili, ad esempio i volumi di vendita e la struttura dei prezzi; le variabili possono assumere n valori in un intervallo scelto
- Tramite lo strumento **Gestione scenari** è possibile esaminare cosa accade al variare di 3 o più variabili (fino a 32), creando delle vere e proprie ipotesi

alternative, chiamate appunto scenari. Si possono creare n scenari, assegnando loro dei nomi; nella pratica spesso si creano uno scenario base e due scenari alternativi, chiamati caso migliore e caso peggiore

### **Utilizzo del CAPM (Capital asset pricing model)**

IL modello CAPM viene largamente utilizzato per gli investimenti di tipo finanziario. Il CAPM (Capital Asset Pricing Model) è un modello matematico della teoria di portafoglio (H. Markowitz) pubblicato da William Sharpe nel 1964, che determina una relazione tra il rendimento di un titolo e la sua rischiosità, misurata tramite un unico fattore di rischio, detto beta.

In una ipotesi base semplificata, in cui non esistono tasse e costi di transazione e in cui gli investitori hanno sia lo stesso orizzonte temporale per gli investimenti che le stesse identiche opinioni sui rendimenti attesi e sulla rischiosità, il portafoglio di mercato sarà efficiente.

In tale mondo, investendo in un titolo, si possono incontrare due tipi di rischi:

- 1) rischio diversificabile, tipo di rischio che può essere eliminato investendo in un portafoglio di attività finanziarie;
- 2) rischio sistemico, tipo di rischio implicito nell'investimento di una specifica attività finanziaria, è denominato anche rischio di mercato, e non è eliminabile attraverso la diversificazione.

Ipotizzando di investire nell'intero mercato azionario con l'acquisto di un fondo comune di investimento, verrebbe così eliminato il primo tipo di rischio grazie proprio alla diversificazione.

Si rimarrebbe comunque esposti al rischio sistemico, poichè l'andamento del mercato azionario è influenzato dalle condizioni del sistema economico e, di conseguenza, il rendimento atteso del mercato azionario sarà maggiore del tasso *risk-free*, ovvero senza rischio.

Il modello CAPM ci permette di trovare il rendimento atteso di un titolo come la somma tra il tasso *risk-free* e un premio di rischio che esprima il rischio non diversificabile. Il premio dipenderà da una variabile chiamata coefficiente beta, che misura la reattività del rendimento di un titolo ai movimenti del mercato. Tanto maggiore è il coefficiente beta, tanto maggiore sarà il rendimento atteso dell'attività, perchè possiede un maggior grado di rischio non diversificabile. Un investitore esigerà quindi un rendimento atteso più elevato per detenere un'attività finanziaria più rischiosa.

La formula del CAPM è la seguente:

$$K_e = K_f + \beta \text{MRP}$$

$K_e$  = costo del capitale proprio

$K_f$  = rendimento dei titoli a rischio nullo

$\beta$  = coefficiente di rischio sistematica non diversificabile

MRP = premio per il rischio aziendale (*market risk premium*)

Come titoli a rischio basso o nullo vengono di solito considerati i **titoli dello Stato**. Le recenti crisi sui titoli sovrani di alcune nazioni fra cui l'Italia, ha spostato la scelta su titoli di paesi considerati meno rischiosi, ad esempio la Germania o gli USA. Il premio per il rischio aziendale **MRP** (o EP Equity Premium) viene inteso come un maggior rendimento atteso da un'attività imprenditoriale rispetto ad un investimento in titoli sostanzialmente privi di rischio. L'MRP è anch'esso collegato al **rischio paese**.

Il coefficiente Beta misura il **grado di rischio** che l'investitore decide di sopportare a fronte dell'investimento in una specifica società. Esso è pertanto usato per misurare il rischio d'impresa, infatti indica il modo in cui il rendimento di un titolo varia in funzione dei rendimenti di mercato. Azioni con un beta **superiore a 1** tendono ad amplificare i movimenti di mercato (l'attività svolta dall'azienda è più rischiosa del mercato): trattasi di società con politiche imprenditoriali aggressive o con elevati livelli di indebitamento ovvero start up nelle prime fasi di vita. Al contrario, azioni con beta compresi **tra 0 e 1** tendono a muoversi nella stessa direzione del mercato (l'attività è meno rischiosa del mercato): si tratta generalmente di titoli emessi da società che operano nei settori tradizionali dell'economia, cosiddetti "**cash cow**".

Da un punto di vista statistico-matematico il coefficiente Beta è calcolato come covarianza tra i rendimenti attesi del titolo e quelli del mercato, diviso per la varianza del rendimento atteso dal mercato

Di fatto il **coefficiente Beta** si comporta come un **moltiplicatore del premio per il rischio**.

28 marzo 2015

Angelo Fiori